

MA3701-2- Optimización.**Profesor:** Jorge Amaya.**Auxiliares:** Pedro Montealegre B, César Vigouroux.

Auxiliar 4

26 de Abril de 2012

P1. Considere el siguiente problema :

$$\begin{array}{rcll}
 \max & x_1 & + & 3x_2 \\
 \text{s.a.} & -x_1 & + & 4x_2 \leq 100 \\
 & x_1 & + & 2x_2 \leq 60 \\
 & x_1 & + & x_2 \leq 50 \\
 & & & x_1, x_2 \geq 0
 \end{array}$$

1. Realice un análisis de sensibilidad para el vector del lado derecho de las restricciones.
2. Realice un análisis de sensibilidad para el vector de coeficientes de la función objetivo.
3. Suponga que se evalúa la posibilidad de fabricar un nuevo producto x_{nuevo} de modo que el problema queda descrito como:

$$\begin{array}{rcll}
 \max & x_1 & + & 3x_2 & + & x_{nuevo} \\
 \text{s.a.} & -x_1 & + & 4x_2 & + & 5x_{nuevo} \leq 100 \\
 & x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_{nuevo} \leq 60 \\
 & x_1 & + & x_2 & + & 2x_{nuevo} \leq 50 \\
 & & & & & x_1, x_2, x_{nuevo} \geq 0
 \end{array}$$

¿Sigue siendo óptima la solución anteriormente planteada?

Hint: En el óptimo, la base esta formada por las variables x_1, x_2 y x_5 , en donde se han asignado las variables x_3, x_4 y x_5 como holgura de las restricciones según el orden enunciado.

P2. Una empresa de chocolates debe distribuir su producción mensual de 50 toneladas en 3 ciudades: Valparaíso, Concepción y Santiago. Las cantidades distribuidas se denotarán por x_1, x_2 y x_3 , respectivamente. Cada tonelada destinada a Valparaíso genera un beneficio de 250 US\$; a Concepción, 200 US\$; y a Santiago, 300 US\$. Además, las siguientes restricciones deben ser respetadas:

- El Ministerio de Salud le ha autorizado distribuir en Santiago a lo más 20 toneladas de chocolate al mes.
- El fuerte sindicato de promotores de chocolates obliga a que el negocio de los chocolates de trabajo al menos a 220 promotores mensuales, notando que en Valparaíso, cada tonelada distribuida le da trabajo a 4 promotores; en Concepción, a 5 promotores; y en Santiago, a 4 promotores.

- (a) Plantee el problema lineal que entrega la distribución mensual de chocolates que maximiza el beneficio de la empresa. Debería obtener (respetando el orden de las restricciones dado en el enunciado) el tableau óptimo:

x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	$-z$
0	0	0	450	50	50	12500
1	0	0	5	-1	1	10
0	0	1	0	1	0	20
0	1	0	-4	0	-1	20

donde s_1 , s_2 y s_3 representan las variables de holgura de las restricciones.

Muestre, usando argumentos de dualidad débil, que efectivamente éste corresponde a un tableau óptimo.

Todas las preguntas que se presentan a continuación se resuelven a partir de éste tableau óptimo.

- (b) MESTLE ofrece 2 toneladas de chocolates. ¿Hasta cuánto estaría la empresa dispuesta a pagar por ellas? Justifique.
- (c) Suponga ahora que cada tonelada destinada a Concepción genera ahora un beneficio de 300 US\$. ¿Cuál es la nueva solución del problema? Entregue el valor óptimo y una distribución óptima de la producción.
- (d) Nuevas exigencia del sindicato de promotores obliga a contratar al menos a 250 promotores. ¿Cómo cambia el beneficio de la empresa y la distribución de la producción?
- (e) La empresa analiza distribuir chocolates a Antofagasta manteniendo el actual nivel de producción mensual. Considerando que cada tonelada destinada a esta ciudad daría trabajo a 3 promotores. ¿Cuánto beneficio debiera reportar este nuevo destino (en US\$) para considerar su distribución?
- (f) Una crisis en la empresa la obliga a no utilizar más de 150 operarios. Considerando que cada tonelada destinada a Valparaíso utiliza 1 operario; cada tonelada a Concepción 3 operarios; y cada tonelada Santiago 2 operarios. ¿Cómo cambia la distribución de la producción si incorporamos esta nueva restricción?